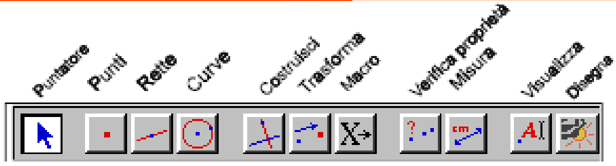
CABRI GEOMETRE II

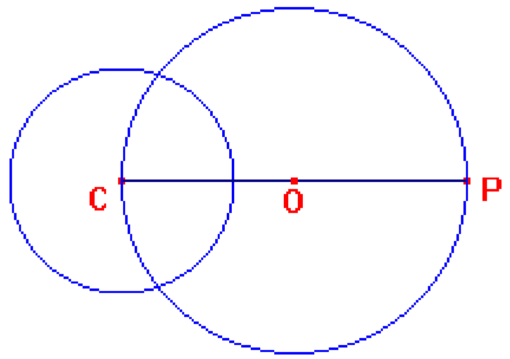
Secondo Anno — Liceo

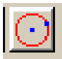
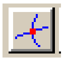
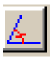
Scheda 1

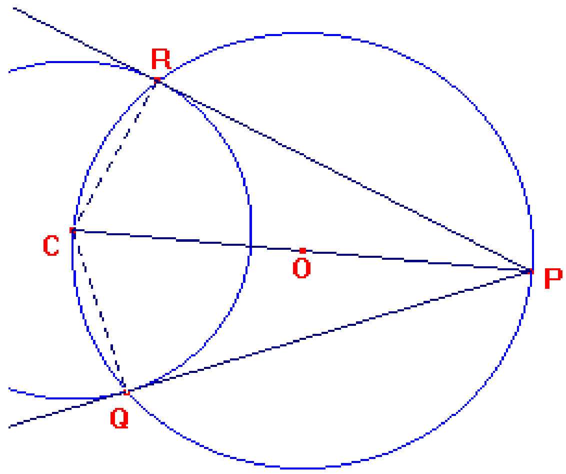
Tangenti ad una circonferenza condotte da un punto esterno P. Costruzione della macro e del bottone.



Per tracciare le tangenti ad una circonferenza di centro C da un punto esterno P costruiamo la circonferenza passante per il centro C della circonferenza data ed il punto P esterno ad essa. I punti d'intersezione Q ed R sono i punti di tangenza cercati.



Procedura:
1.Costruire la circonferenza di centro C 
2. Tracciamo il punto P esternamente alla circonferenza
3. Uniamo il punto P ed il centro C con un segmento
4. Tracciare il punto medio di PC che indichiamo con O
5.Tracciamo la circonferenza di centro O e raggio OP
6.Dal secondo menù "punto" scegliamo la terza voce "intersezione di due oggetti" e chiamiamo con Q ed R i punti d'intersezione delle due circonferenze. 
7.Le semirette di origine P e passanti per R e Q sono in questi punti tangenti alla circonferenza C.
8.Verifica e dimostra che CR è perpendicolare a RP
9. Per la verifica valuta l'ampiezza dell'angolo CRP e sposta il punto P. 
10. Dimostra che il triangolo CRP è rettangolo in R.



____

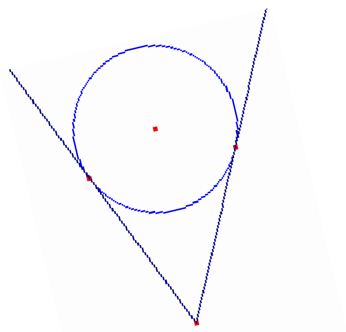
____

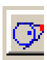
____

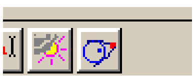
____

____

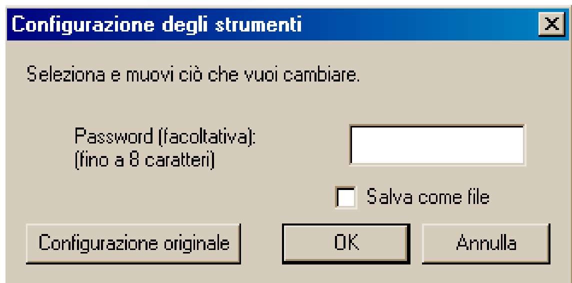
____



Macro: oggetti iniziali la circonferenza di centro C e il punto esterno P, oggetti finali le semirette tangenti. (settimo menù) 

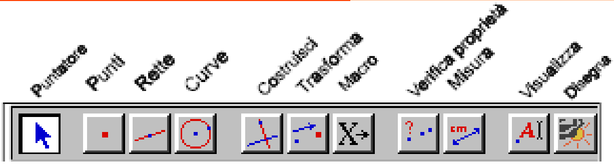
Disegnate il vostro bottone 

Dal menù opzione selezionare configurazione degli strumenti, trascinare il bottone del menù delle macro alla posizione sulla barra. E' anche possibile salvare su file il bottone che potrà essere successivamente ricaricato.



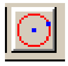
F.to Nicola Monforte

Esercizi: tangenti ad una circonferenza condotte da un punto esterno P.

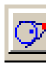


Da un punto P esterno ad una circonferenza di centro C tracciamo le semirette ad essa tangenti. Indichiamo con A ed H i punti di tangenza. Tracciamo una seconda circonferenza tangente in H alla prima. Conduciamo le tangenti per P alla seconda circonferenza. Siano H e B i punti di tangenza. Verificare che PA, PH e PB sono congruenti.

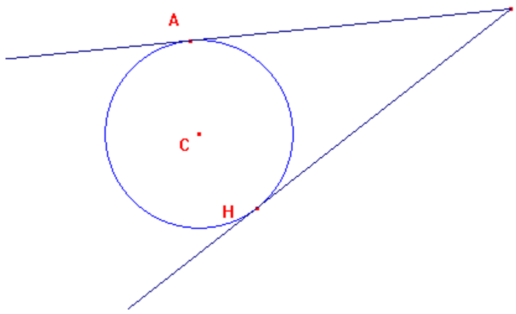
<u>Procedura</u>

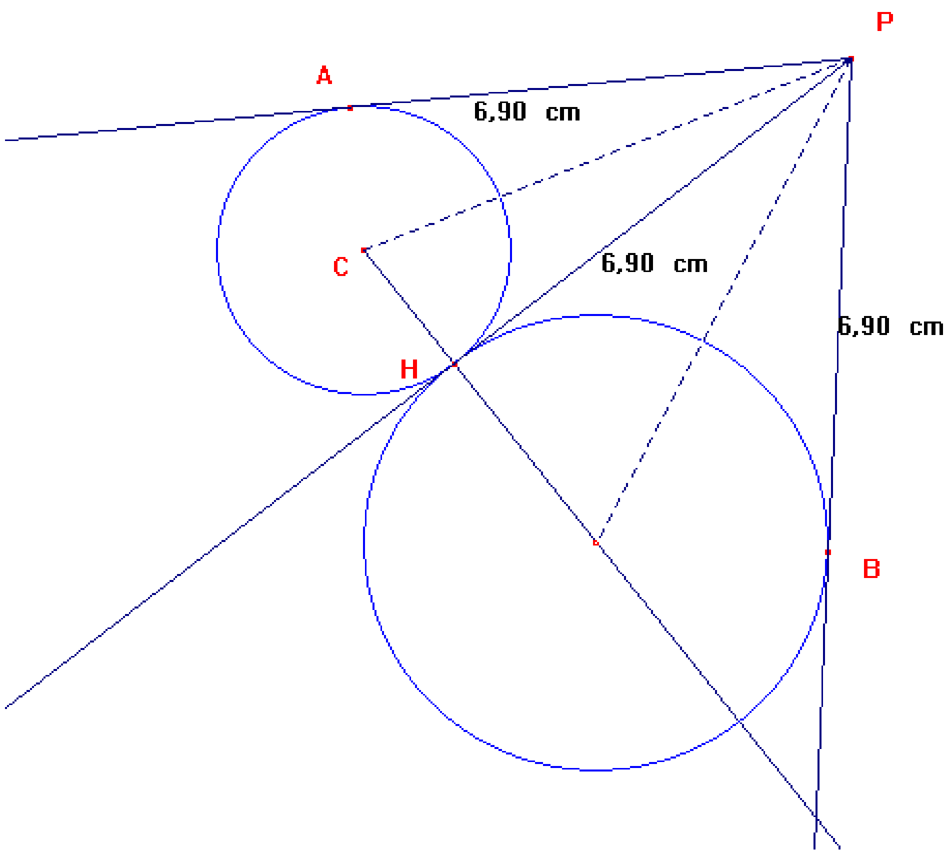


1.Costruire la circonferenza di centro C
2.Da un punto P esterno mandare le semirette tangenti. [Usare il bottone costruito nella Sch.1] Indichiamo con A e H i punti di tangenza
3.Tracciamo una semiretta CH di origine in C e passante per H.

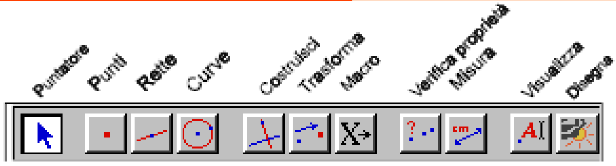


4.Costruire la seconda circonferenza con il centro sulla semiretta CH e tangente alla prima.
5. Conduciamo da P le semirette tangenti
6.Dal menù distanza e lunghezza (il nono) usando il comando distanza si può verificare quanto asserito inizialmente.





Excentro



Dato un triangolo ABC considera i due angoli esterni che si ottengono prolungando i lati AB e AC, rispettivamente dalla parte di B e C. Costruire la bisettrice dell'angolo interno BAC del triangolo e le bisettrici degli angoli esterni (individuati dal lato opposto BC con i prolungamenti dei lati AB ed AC).

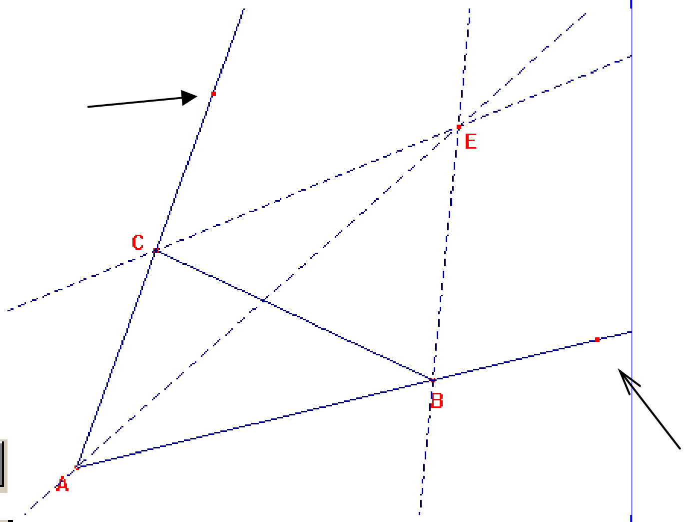
Verifica che tali bisettrici si incontrano in uno stesso punto E detto excentro.

Verifica che l'excentro è il centro della circonferenza tangente al lato opposto all'angolo interno ed ai prolungamenti degli altri due lati.

Costruisci e salva su file una macro per tracciare le excirconferenze di un triangolo

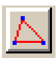
Costruisci un bottone, salvalo ed aggiungilo al menu "curve".

Usa il nuovo bottone per tracciare le excirconferenze di un triangolo.

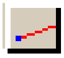


Procedura:

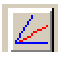
1.Tracciare un triangolo di vertici ABC (menù curve)



2.Tracciare le due semirette di vertice A e passanti per B e C rispettivamente (menù rette)

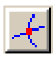


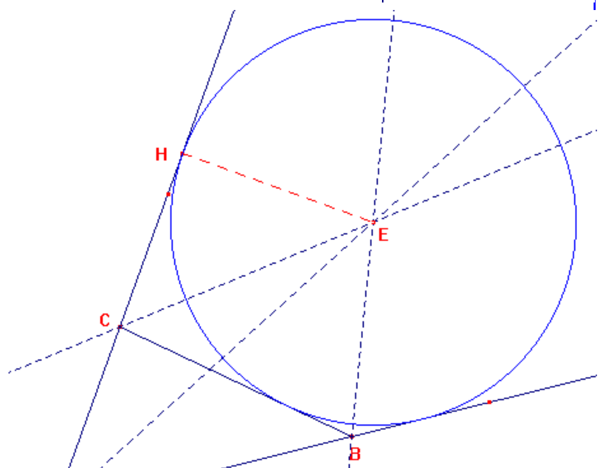
3.Dal quarto menù costruisci, usiamo il comando bisettrice per tracciare la bisettrice dell'angolo interno A (cliccare ordinatamente su B, A. C.



4. Comando bisettrice, cliccare sul prolungamento di AC, su C e B. Cliccare poi sul prolungamento di AB, poi sul punto B quindi su C per ottenere la terza bisettrice.

5. Dal menù punti cerchiamo il comando intersezione di due oggetti e verifichiamo che le tre bisettrici passano per lo stesso punto E.





6. Tracciamo la perpendicolare al prolungamento di AC passante per E. Sia H il punto d'intersezione. Tracciare il segmento EH. Nascondere la retta prima tracciata e tratteggiare in rosso EH

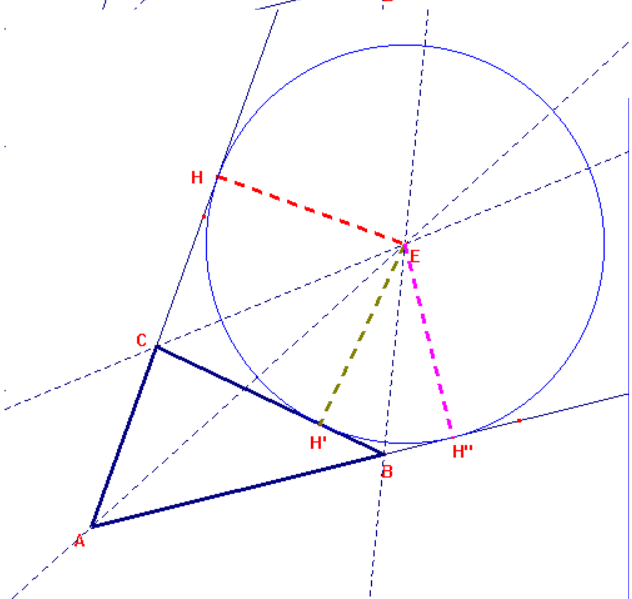
7. Tracciare la circonferenza di centro E e raggio EH. Questa è la ex-circonferenza cercata. Ripetere la procedura per gli altri due lati.

8. Costruisci la macro ed il bottone.

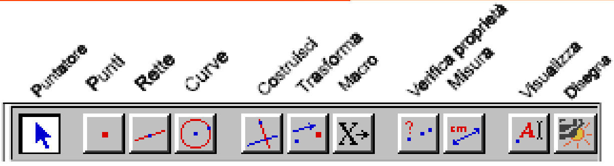
9. Costruisci i segmenti EH' e EH" dove H' e H" sono i punti di tangenza indicati in figura.

10. Dimostra che EH=EH'=EH" e che la semiretta bisettrice dell'angolo interno A passa per il punto E d'intersezione delle bisettrici degli angoli esterni adiacenti al lato opposto BC.

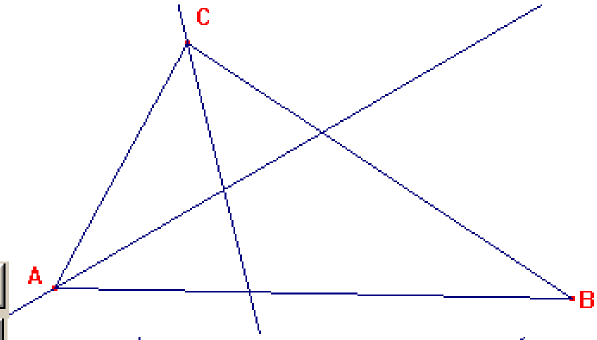
[ricorda la definizione di bisettrice come luogo geometrico].



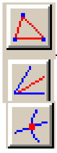
Esercizi: tangenti ad una circonferenza condotte da un punto esterno P. (Incentro)



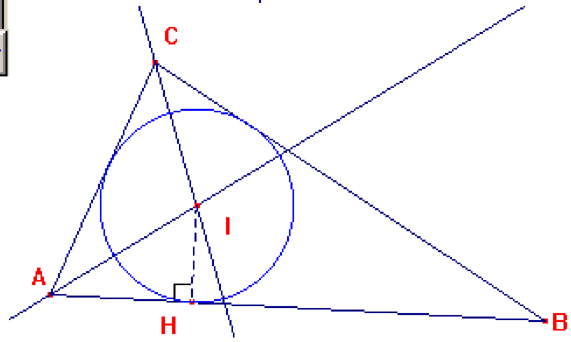
Vediamo un modo per costruire tre circonferenze tangenti esternamente. Sfruttiamo le proprietà delle tangenti ad una circonferenza condotte da un punto P esterno e la definizione di incentro come punto d'intersezione delle bisettrici. Degli angoli interni.
L'incentro, come semplice conseguenza della sua definizione è chiaramente il centro della circonferenza inscritta al triangolo dato.

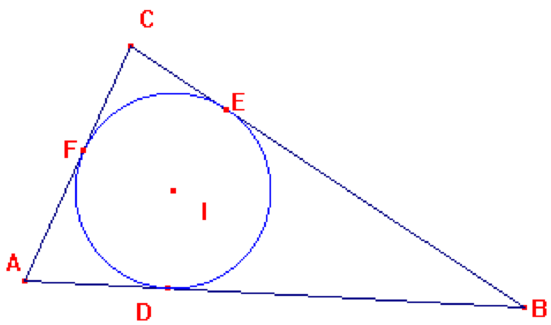


Procedura:



1. Tracciamo un triangolo di vertici ABC
2. Tracciamo le bisettrici di due angoli interni
3. Indichiamo con I il loro punto d'intersezione
4 Tale punto sarà equidistante dai lati del triangolo e quindi sarà il centro della circonferenza inscritta.
5. Tracciamo la retta passante per I e perpendicolare al lato AB
6. Indichiamo con H il punto d'intersezione
7. Tracciamo un segmento che unisce I ed H
8. Nascondiamo la retta e tratteggiamo il segmento
9. Tracciamo la circonferenza di centro I e raggio H
10. Costruire una macro ed un bottone che traccino l'incentro I e la circonferenza inscritta ad un triangolo.
11. Nascondi le bisettrici, rinomina H in D
12. Manda le altre perpendicolari ai lati del triangolo, chiama con E ed F i punti di intersezione con i lati (ovvero i punti di tangenza).
13. Nascondi tutte le perpendicolari ed il segno dell'angolo.
14. Come saranno i segmenti CF e CE, i segmenti BE e BD, i segmenti AF e AD ?

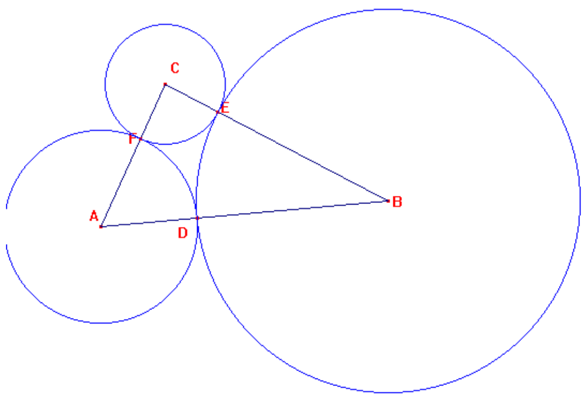




____

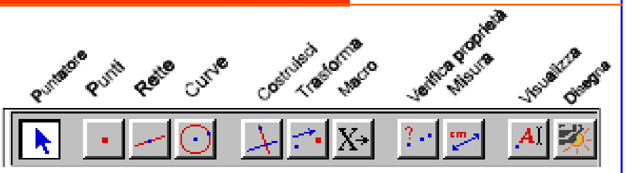
____

15. Nascondi la circonferenza inscritta ed il punto I
16. Traccia la circonferenza di centro A e raggio AD
17. Traccia la circonferenza di centro C e raggio CF
18. Traccia la circonferenza di centro B e raggio BE

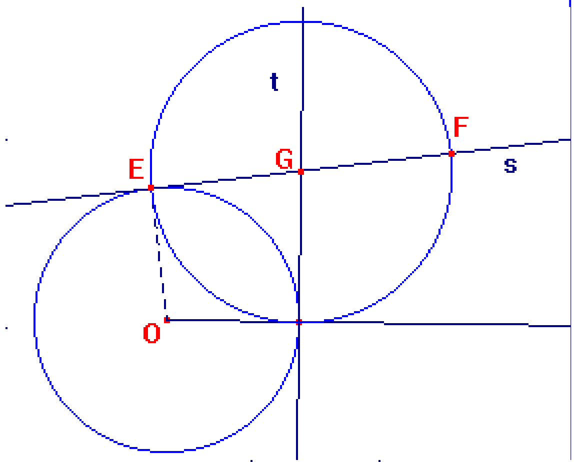


Le predette circonferenze sono tangenti esternamente a due a due.
Le distanze fra i centri di due qualsiasi circonferenze, coincidono con uno dei lati del triangolo ABC, valore uguale alla somma dei raggi.

Tangenti e circonferenze

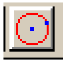


Due circonferenze sono tangenti esternamente nel punto H. Sia t la retta tangente ad entrambe e passante per H. Indichiamo con s una seconda retta tangente ad entrambe rispettivamente nei punti E ed F. Detto G il punto d'intersezione tra s e t, dire come sono tra loro i segmenti GE e GH. Dire come sono tra loro le rette passanti per i segmenti EH e per FH.

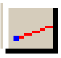


Procedura

1.Disegnare la circonferenza di centro O



2.Conduciamo una semiretta a partire dal centro O Indichiamo con H il punto d'intersezione con la circonferenza

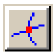


3.Conduciamo per il punto H una retta t perpendicolare alla semiretta, tale retta è la tangente in H alla circonferenza data.

4.Prendi un punto E sulla circonferenza ed uniscilo al centro con un segmento tratteggiato.

5. Tracciamo la retta s tangente in E alla circonferenza di centro O. Basta tracciare la retta perpendicolare ad EO e passante per E.

6.Indichiamo con G l'intersezione tra s e t.



7.Tracciamo una circonferenza di centro G e raggio GE. Siano E ed F i punti d'intersezione della retta s con la circonferenza di centro G.

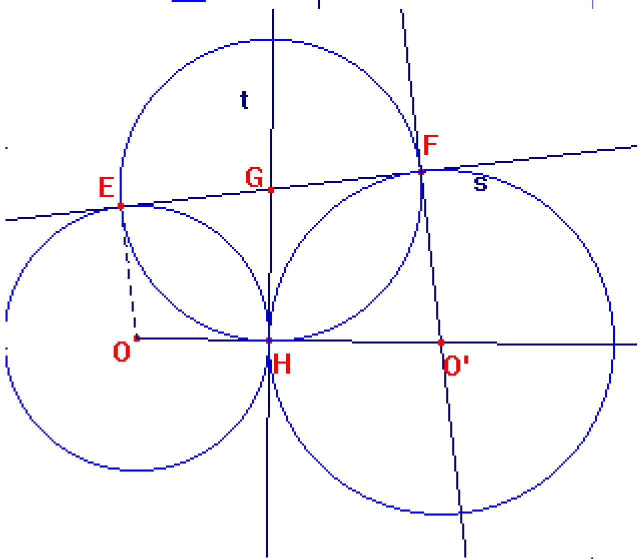
8. Conduciamo per F la retta perpendicolare alla retta s.

9.Sia O' il punto d'intersezione di tale retta

10. Tracciamo la circonferenza di centro O' e raggio O'H.

11. Verifica che i segmenti EG, GH e GF sono uguali. Utilizza il comando *equidistante* dall'ottavo menù di verifica delle proprietà.

12. Dimostralo ____________________________



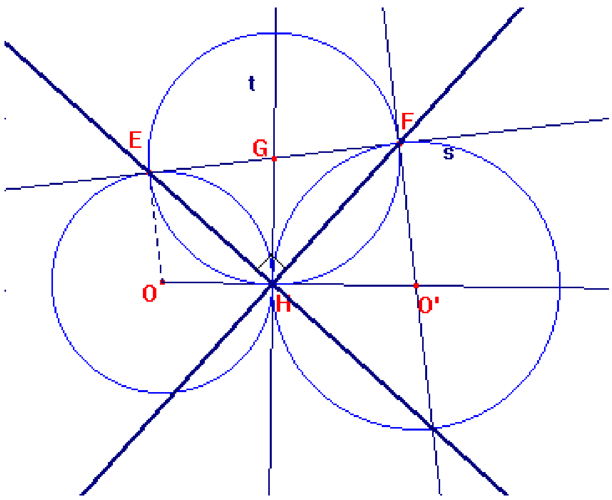
____

____

____

____

Traccia le rette per EH ed FH, verifica e dimostra che tali rette sono perpendicolari.



____

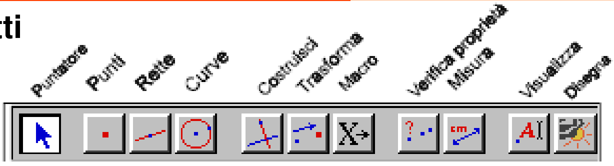
____

____

____

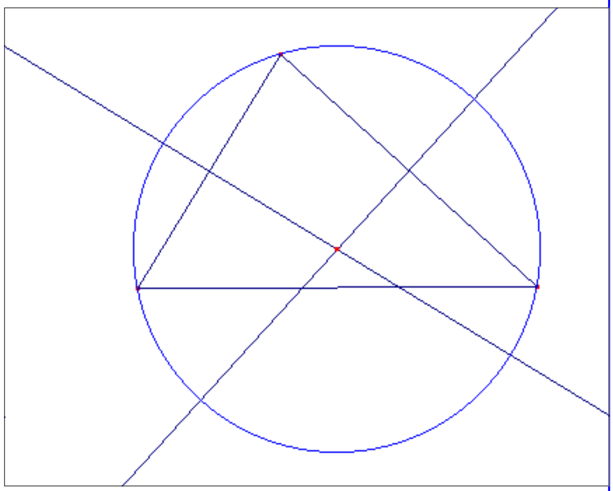
____

Poligoni inscritti e poligoni circoscritti



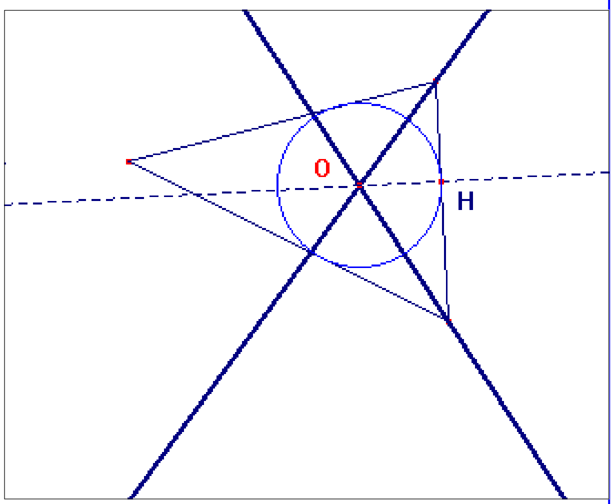
Un poligono si dice ***inscritto*** in una circonferenza se tutti i suoi vertici appartengono alla circonferenza; la circonferenza si dice circoscritta al poligono. Affinché un poligono sia inscrivibile in una circonferenza deve esistere un punto O equidistante dai suoi vertici.
Realizziamo una procedura per determinare il circocentro di un triangolo.
Il circocentro è il punto d'intersezione degli assi e centro della circonferenza circoscritta.

1. tracciare un triangolo
2. Tracciare gli assi di due suoi lati
3. Il punto d'intersezione è il centro della circonferenza circoscritta
4. Il raggio è la distanza dal centro ad un vertice.
5. Realizziamo una macro: oggetto iniziale il triangolo; oggetto finale il circocentro e la circonferenza circoscritta.
6. Realizzare un bottone ed inserirlo sulla barra dei comandi

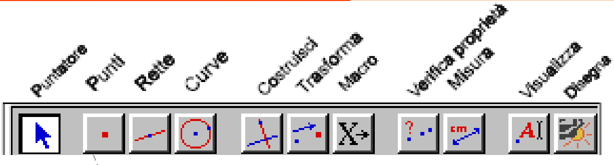


Un poligono si dice ***circoscritto*** ad una circonferenza se tutti i suoi lati sono tangenti alla circonferenza. L'incentro è il centro della circonferenza inscritta . L'incentro si ottiene, se esiste, come punto d'incontro delle bisettrici degli angoli .

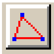
1. Tracciamo un triangolo
2. Tracciamo due bisettrici
3. Indichiamo con O il loro punto d'intersezione
4. Conduciamo la retta perpendicolare ad un lato del triangolo passante per il centro.
5. OH è il raggio.
6. Costruire la circonferenza di centro O e raggio OH
7. Costruire macro e bottone.



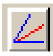
Esercizi sulla circonferenza.



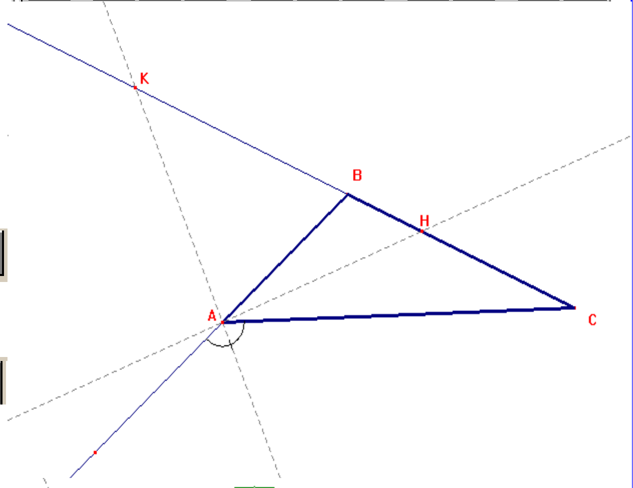
La bisettrice interna e quella esterna relativa ad uno stesso angolo di un triangolo, incontrano il lato opposto o il suo prolungamento in due punti. Il cerchio avente per diametro il segmento che ha per estremi tali punti si dice cerchio di Apollonio relativo al triangolo. Verifica che i centri dei cerchi di Apollonio relativi ai vertici di un triangolo sono allineati.

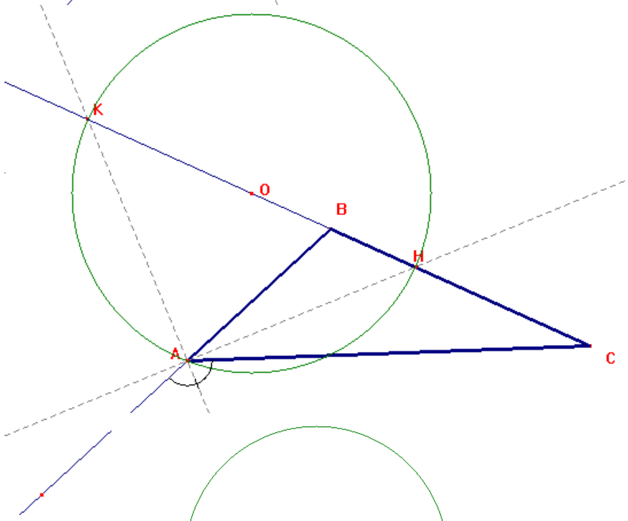


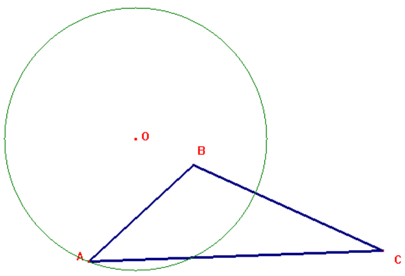
1.Tracciare il triangolo di vertici ABC
2.Tracciare la bisettrice dell'angolo in A
3.Tracciare una semiretta di vertice B e passante per A, avremo individuato l'angolo esterno adiacente al vertice A

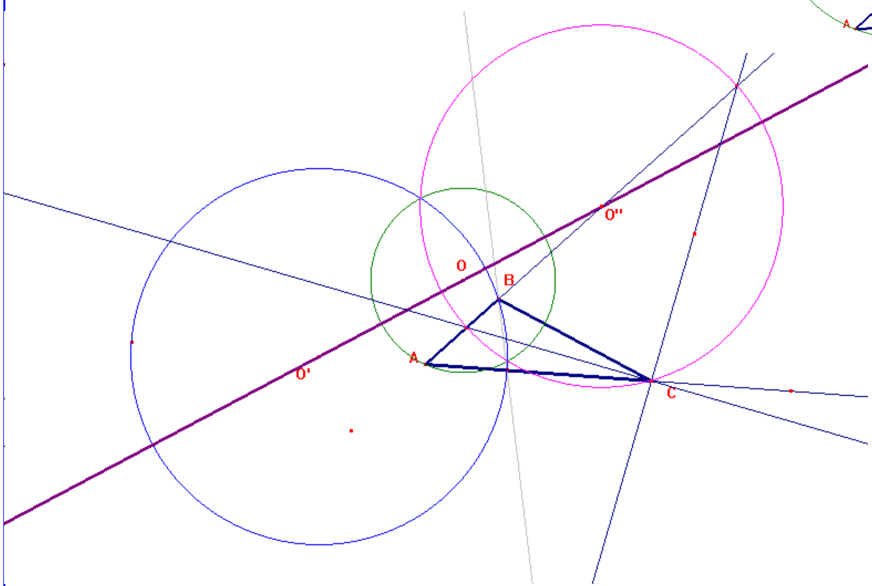


4.Tracciare la bisettrice dell'angolo esterno adiacente ad A (*selezionare il comando bisettrice e prendere un punto sul prolungamento di AB il punto A e il punto C)*
5.Indichiamo con H e K i punti d'intersezione delle bisettrici con il lato opposto o il suo prolungamento, HK è il diametro cercato.
6.Tracciamo il segmento HK
7.Troviamo il punto medio di HK, che indichiamo con O e tracciamo la circonferenza di centro O e raggio OH.
8. Nascondiamo tutto tranne il triangolo ed il cerchio.
9. Ripetere la procedura per il vertice B e per il vertice C, si otterranno due altre circonferenze di centri O' e O".
10. Unire i tre centri con una retta.



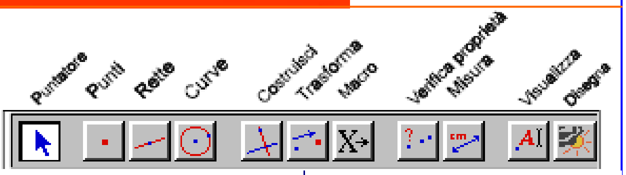




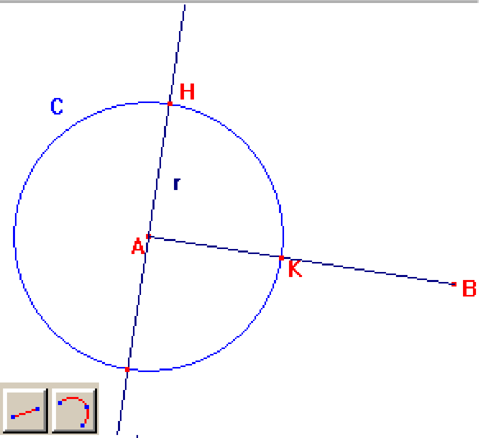


Triangolo inscritto in una semicirconferenza

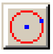
(Costruzione di un luogo geometrico)



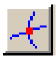
Dato un segmento AB, si costruisca un triangolo rettangolo ABC di ipotenusa AB. Immaginando di poter variare l'angolo di vertice A, osserviamo il comportamento del triangolo ABC e determiniamo quale figura geometrica viene descritta dal movimento del punto C.



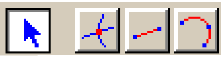
1.Selezionare lo strumento Segmento dalla casella Rette
2.Clicchiamo, digitiamo A e poi tracciamo l'altro estremo B
3. Selezioniamo lo strumento Circonferenza



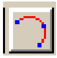
4. Tracciamo una circonferenza di centro A e di raggio generico. Chiamiamo "c" questa circonferenza. Chiamiamo K il punto d'intersezione di AB con la circonferenza c



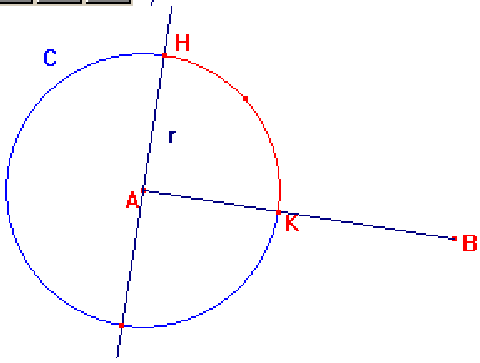
5. Selezionare *Retta perpendicolare* dalla casella *rette* per tracciare la perpendicolare ad AB passante per il punto A. Chiamiamo r, questa retta. Chiamiamo con H l'intersezione di r con la circonferenza.



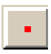
6 Dal quarto menù, selezionare Arco di circonferenza.



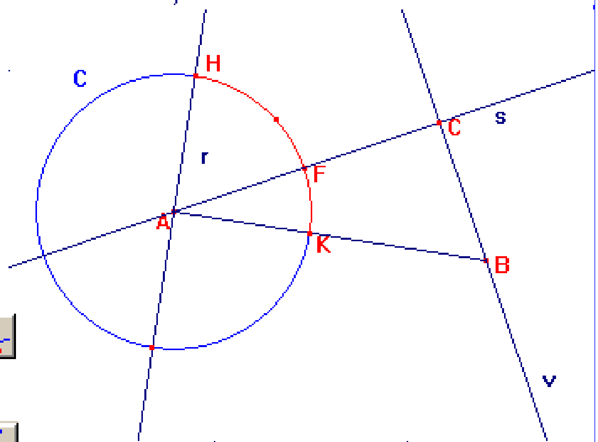
Posizionare il cursore sul punto H. Apparirà la scritta "punto in questa intersezione" oppure "per questo vertice", clicchiamo per confermare il primo punto dell'arco, spostarsi su un punto qualunque dell'arco di circonferenza HK, apparirà la scritta "su questa circonferenza", clicchiamo ancora per confermare il secondo punto.
Spostiamoci infine sul punto K, apparirà la scritta "e questo punto". Clicchiamo per confermare il terzo punto e l'arco di circonferenza HK verrà disegnato in rosso.



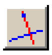
7. Selezioniamo lo strumento "punto" dalla casella "punti" e spostiamoci con il cursore su un punto qualsiasi dell'arco HK. In questo caso Cabrì rileverà un'ambiguità chiedendoci se intendiamo collocare il punto sull'arco o sulla circonferenza, al messaggio "Punto su…", scegliamo arco, clicchiamo per confermare e digitiamo "F" per contrassegnare questo punto.



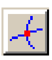
8. Selezioniamo "Retta" dalla casella rette, puntiamo il cursore sul punto A e clicchiamo per conferma; portiamo il cursore sul punto F e clicchiamo per conferma. Digitiamo "s" per contrassegnare la retta così costruita.



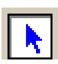
9. Selezioniamo il comando "retta perpendicolare" dal menù costruisci; spostiamo il cursore sul punto B e clicchiamo per conferma, poi clicchiamo su un punto qualunque della retta s, digitiamo "v" per indicare la retta tracciata.



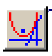
10. Dal menù punti, selezioniamo "intersezione di due oggetti" spostiamo il cursore su un punto qualunque di s e di v e chiamiamo con C il punto d'intersezione delle rette v ed s.

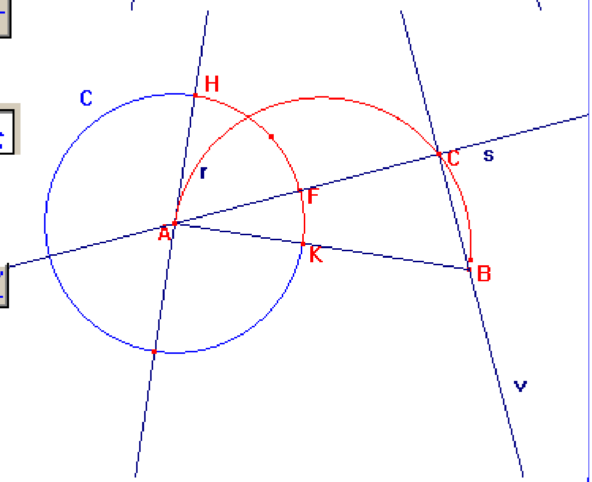


Il triangolo ABC così ottenuto è rettangolo di ipotenusa AB. Spostiamo il punto F utilizzando lo strumento puntatore.



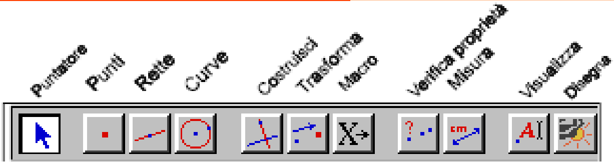
Qual è il luogo geometrico descritto dal punto C al variare diella posizione di F sull'arco HK? ____________________





Selezioniamo *"Luogo"* dalla casella *"Costruisci"*; puntiamo il cursore sul punto C e clicchiamo per conferma; portiamo poi il cursore sul punto F e clicchiamo per conferma. Cabrì disegnerà il luogo descritto dal punto C e generato dal punto F (cioè dal suo movimento sull'arco HK).

Costruzione di un poligono equivalente a un altro e avente un lato in meno.



Dato un qualunque poligono, per esempio un pentagono di vertici ABCDE ci proponiamo di costruire un quadrilatero equivalente.
Procedura:

1.Selezionare *Poligono* dalla casella *Rette;* puntiamo il cursore su un punto qualunque del piano, clicchiamo per confermare la posizione del primo vertice, digitiamo "A" e ripetiamo l'operazione per i successivi quattro vertici. Ricordarsi di chiudere il poligono spostandosi e cliccando sul vertice A come ultima operazione

2. Misuriamo l'area del pentagono. Usare il comando Area dalla casella misura. L'area apparirà scritta accanto uno dei lati.

3. Tracciare il segmento EC

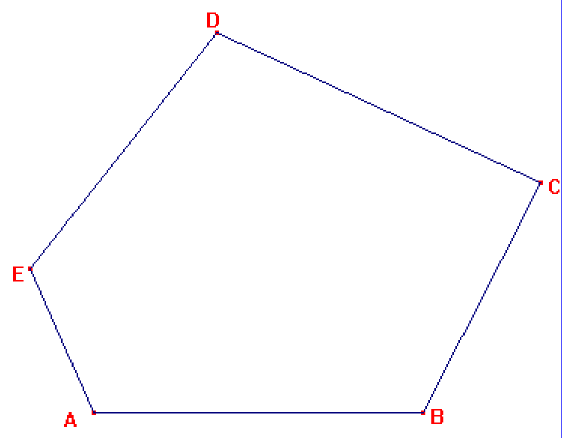
4.Tracciamo la semiretta di vertice B e passante per C

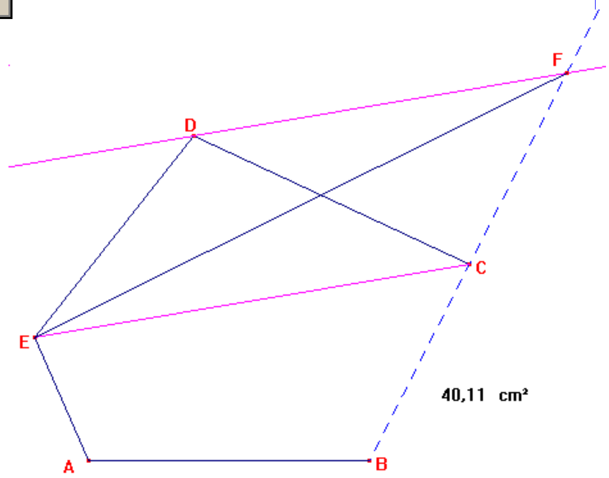
5. Tracciamo la retta parallela al segmento EC per il punto D, indichiamo con F il punto d'intersezione con la semiretta passante per B e C.

6.Tracciare il segmento EF

7. Costruiamo il quadrilatero ABFE, selezionando lo strumento poligono e cliccando rispettivamente sui punti A, B, F, E e chiudere cliccando di nuovo su A.

8. Misuriamo infine l'area del quadrilatero ABFE, troviamo che è esattamente uguale a quella del poligono.





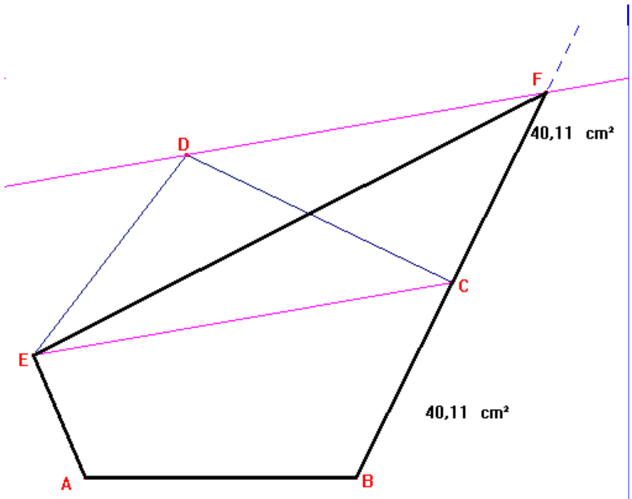
9. Su quale proprietà geometrica si basa la costruzione effettuata?

____

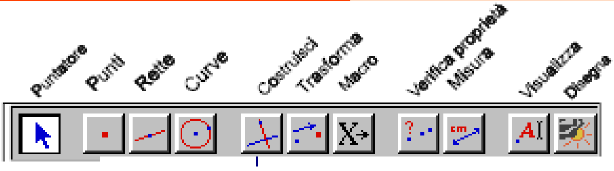
10. Per dimostrare la validità della proprietà geometriche viste basta osservare che l'area del pentagono può essere vista come somma dell'area del quadrilatero ABCE + quella del triangolo DEC; l'area del quadrilatero ABFE = area ABCE + area ECF. Ma ECF e DEC sono equiestesi avendo la stessa base EC e la stessa altezza *[essendo DF // EC la distanza di D da EC è uguale alla distanza di C da DF]*

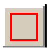
11. Traccia le due altezze in questione dei triangoli EDC e FEC.

12. Costruisci un triangolo equivalente al quadrilatero ABFE.

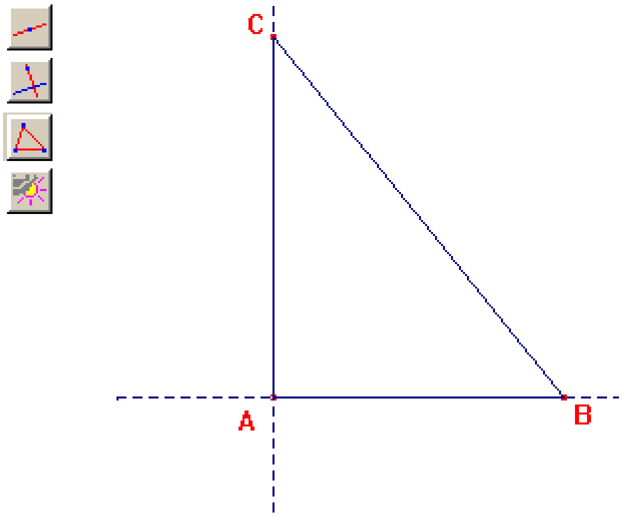


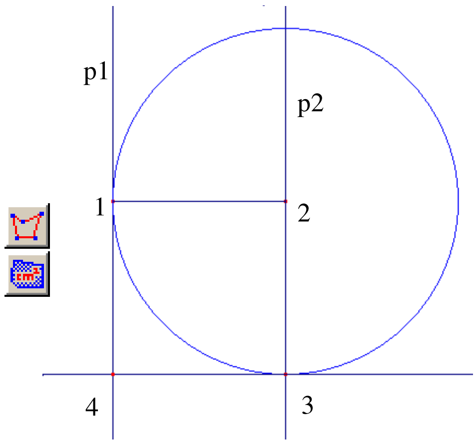
Verifica numerica del Teorema di Pitagora

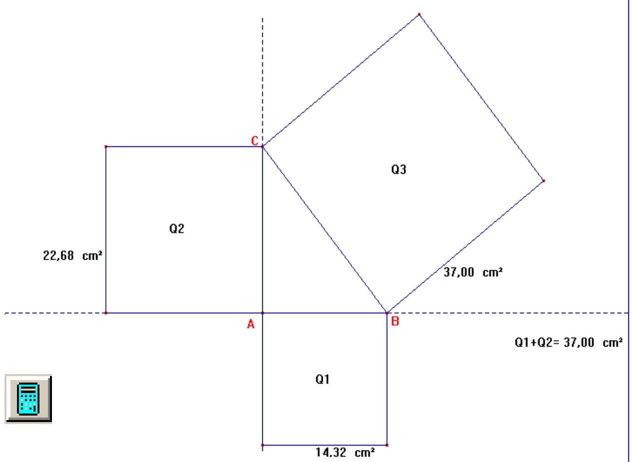


Procedura:
1.Tracciamo una retta per un punto A qualunque
2.Tracciamo la retta perpendicolare alla precedente per il punto A
3.Tracciare il triangolo avente per vertici l'intersezione delle due rette e due punti scelti a caso su ciascuna delle due rette. Usare il comando triangolo.
4. Nascondi le due rette.
5. Adesso crediamo una macro per costruire un quadrato su un lato, e indichiamo questa macro con il simbolo 
6. Macro:
7. Tracciamo un nuovo segmento da destra verso sinistra
8.Condurre le perpendicolari al segmento passanti per gli stremi dello stesso che indichiamo con p1 e p2..
9. Tracciamo una circonferenza di centro il secondo estremo del segmento e come raggio il segmento stesso. La circonferenza intersecherà la seconda retta in due punti, noi consideriamo quello in basso e per esso conduciamo la perpendicolare. La retta ottenuta intersecando p1 in un punto che è il quarto vertice del quadrato.
10. Assicuriamoci che ciascun vertice abbia un punto rosso e nascondiamole rette tracciate e la circonferenza. Uniamo con dei segmenti i vertici
11.Come oggetti iniziali il segmento (1-2) e come oggetti finali gli altri 2-3, 3-4, 4-1.
12.Salviamo la macro ed applichiamola subito per costruire i quadrati sui lati.
13. Con il comando poligono, tracciamo i quadrati costruiti sui cateti (dobbiamo "ripassarli" perché il Cabri non calcola le aree di figure piane costruite con segmenti.)
14. Dal menù misura, usiamo il comando area.
15.Indichiamo con Q1 e Q2 le aree dei quadrati costruiti sui cateti e con Q3 quella del quadrato costruito sull'ipotenusa.
16.Usiamo lo strumento calcolatrice e sommiamo le aree di Q1 e Q2

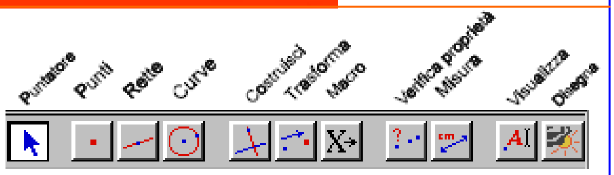
Osservazione: spostando i vertici del triangolo il risultato è sempre un'uguaglianza tra la somma di Q1 e Q2 e l'area di Q3







Dimostrazione del Teorema di Pitagora dovuta a *Bhaskara*



La costruzione della figura di Bhaskara ci consentirà di dimostrare il teorema di Pitagora per via algebrica.

Procedura:

1.Tracciamo una circonferenza di centro O.

2.Con lo strumento retta, tracciamo una retta passante per O ed un altro punto P della circonferenza. Sia P' l'atro punto d'intersezione con la circonferenza.

3.Tracciamo le rette perpendicolari a r e passanti per P e P'. Tracciamo la perpendicolare s alla retta r passante per O. Siamo S e S' le intersezioni con la circonferenza della retta s. Si ottiene un quadrato circoscritto ad circonferenza.

4.Col comando poligono unire i quattro vertici. Costruisci una macro che partendo dalla circonferenza iniziale tracci il quadrato ad essa circoscritta.

5. Col comando nascondi, nascondiamo tutti gli elementi creati tranne il quadrato.

6. Adesso scegliamo il punto medio di un lato del quadrato, per esempio quello in basso (lato AB).

7. Con lo strumento circonferenza prendiamo come centro il punto medio e spostiamoci sul vertice de quadrato per il raggio.

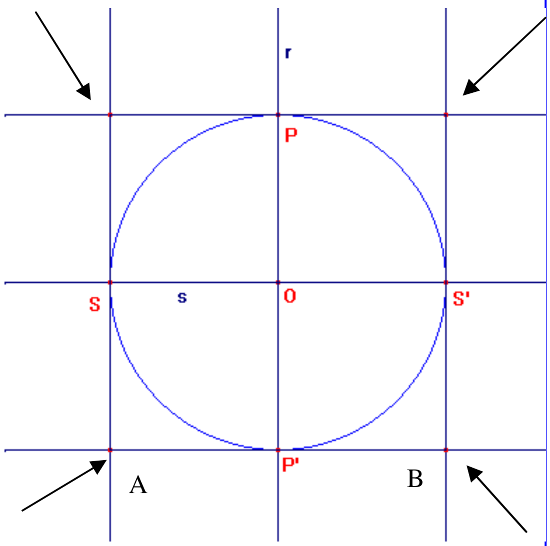
8. Tracciamo la perpendicolare alla base del quadrato passante per il punto medio (asse della base) e marchiamo con un punto l'intersezione con la circonferenza.

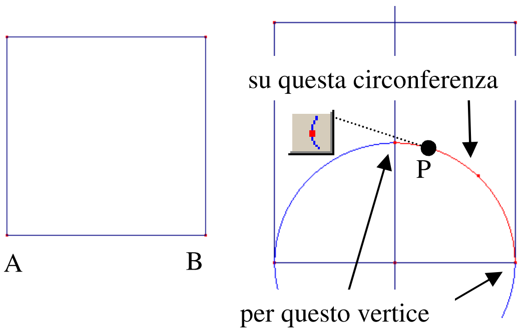
9.Con lo strumento arco tracciamo un arco di 1/4 di circonferenza come mostrato in figura.

10. Tracciamo un punto P sull'arco di circonferenza. Alla domanda *quale oggetto?* Scegliamo arco.

11. Tracciamo il segmento AP ed il segmento BP, il triangolo ottenuto è certamente rettangolo perché

____





12. Con lo strumento compasso del menù costruisci tracciamo una circonferenza di centro il vertice A e come raggio il segmento PB (basta cliccare prima sul vertice A e poi sul segmento PB). Tale circonferenza interseca in H il segmento AP. Ripetiamo la stessa procedura per gli altri due vertici C e D.

13. Uniamo H con D e chiamiamo J l'intersezione della circonferenza di centro D col segmento HD. Uniamo J con C e chiamiamo K l'intersezione con la circonferenza di vertice C. Uniamo K con B.

14. Nascondiamo le circonferenze. Prova a muovere il punto P.

15. Poniamo AB=a PA=c PB=b

16. Con lo strumento poligono uniamo i punti HJKPH

17. Con lo strumento poligono uniamo APBA e lo stesso per gli altri tre triangoli AHD, DJC e CKB

18. Coloriamo le figure

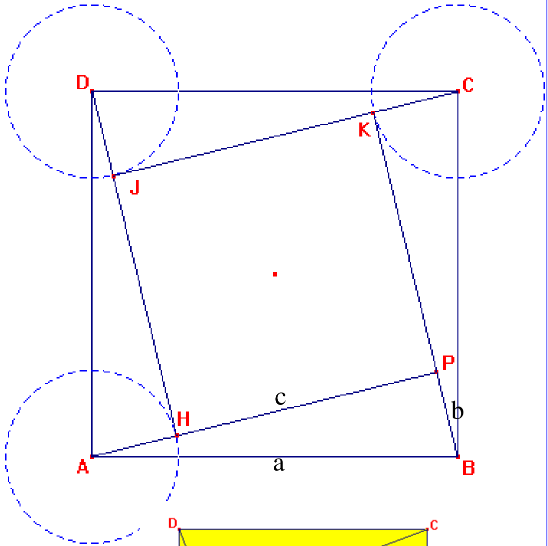
19. L'area del quadrato ABCD=AB^2=a^2

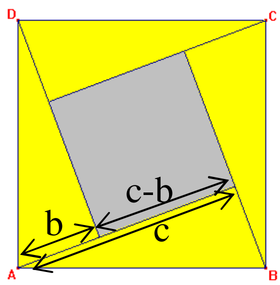
20. Ma l'area del quadrato ABCD=area del quadrato HPKJ=(c-b)^2 + la somma delle quattro aree dei quattro triangoli equivalenti ad ABP per costruzione.

21. Area(ABCD)=Area(HPKJ)+4*Area(ABP)

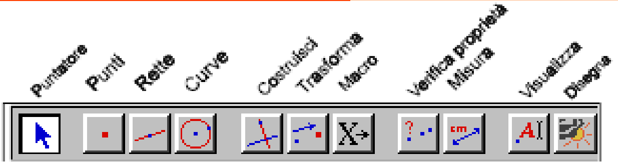
Da cui: $a^2=(c-b)^2+4*(1/2\ b*c)$ e poi $a^2=c^2-2bc+b^2+2bc$

Quindi : $\mathbf{a^2=b^2+c^2}$ che è il teorema di Pitagora.





Esercizi sulla equiestensione



Esercizio 1.
Dato un triangolo ABC si tracci per D, punto medio di BC, la parallela al lato AC e si costruisca il parallelogramma AFEC. Verificare che AFEC è equiesteso ad ABC e che F è punto medio di AB.

____

____

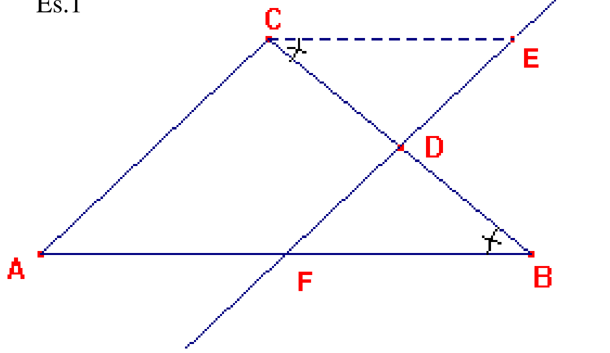
____

____

____

____

Es.1



Esercizio 2.
Verifica che il triangolo ABC ed il trapezio CDFB sono equiestesi, sapendo che E è il punto medio di AC

____

____

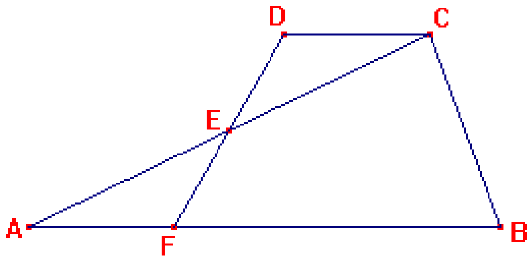
____

____

____

____

Es.2



Esercizio 3.
Dato un trapezio ABCD di basi AB e CD, dal punto medio E del lato CB si conduca la parallela AD e siano F e G i punti d'incontro di questa con le rette delle basi. Verificare che il parallelogramma AFGD è equiesteso al trapezio dato.

____

____

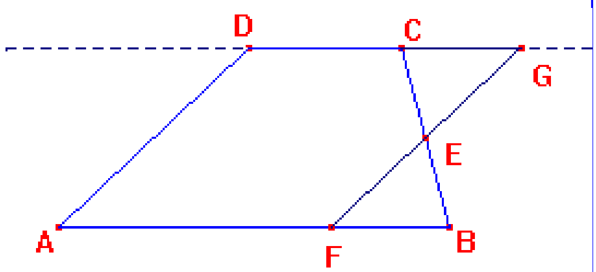
____

____

____

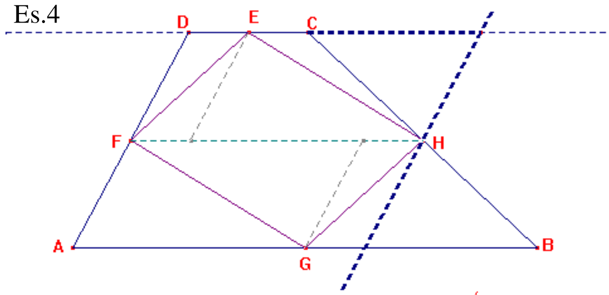
____

Es.3



Esercizio 4.
Verificare che unendo i punti medi dei lati di un trapezio si ottiene un parallelogramma equiesteso a metà del trapezio. Giustificare il risultato.

Es.4

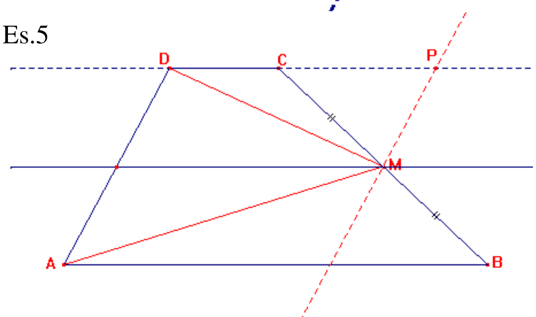


Esercizio 5.
Dimostra che se in un trapezio si congiungono gli estremi A, B di uno dei lati non paralleli con il punto medio M dell'altro dell'altro, si ottiene un triangolo equivalente alla metà del trapezio.

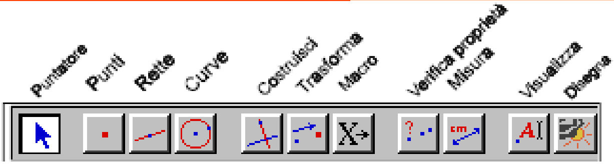
I: CB//AD
DM=MC

T: ABM=1/2 (ABCD)

Es.5



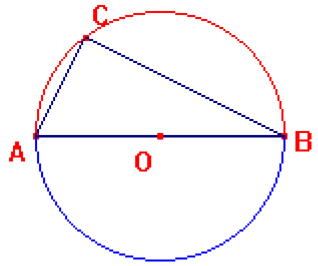
Teoremi di Euclide: 1°

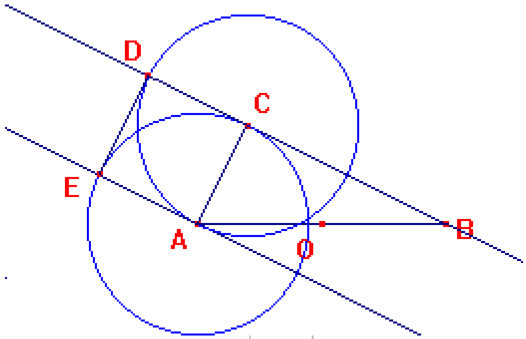


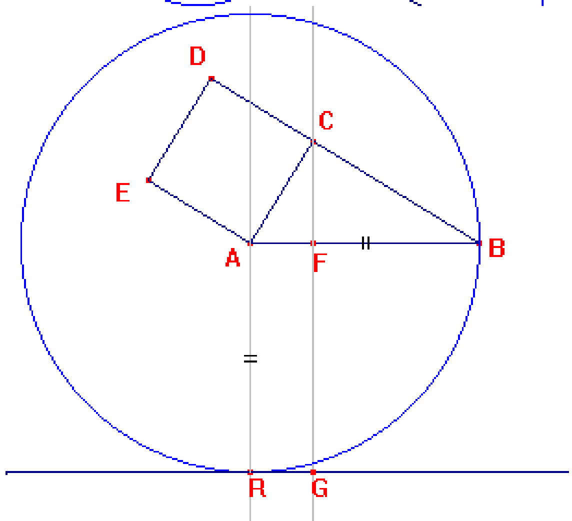
Verifichiamo numericamente il primo teorema di Euclide.

In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito su un cateto è equivalente al rettangolo che ha per lati l'ipotenusa e la proiezione del cateto stesso sull'ipotenusa.

1.Tracciamo un segmento AB (base del triangolo)
2. Prendiamo il punto medio O tracciamo una circonferenza di centro O e raggio OA.
3. Con lo strumento arco tracciamo l'arco AB sulla semicirconferenza superiore. Scegliamo poi un punto sull'arco (punto su un oggetto) e lo chiamiamo C.
4. Uniamo i vertici A, B e C con dei segmenti. Nascondere la circonferenza e l'arco.
5. Conduciamo le rette perpendicolari ad AC e passanti per A e C.
6. Con lo strumento compasso traccia due circonferenze di centro A e C e raggio AC.
7. Con lo strumento poligono unisci i punti A, C , D, E.
8 Tracciamo la retta perpendicolare ad AB e passante per C.
9. Indichiamo con F il punto d'intersezione con AB, tracciamo un segmento che unisca C con F e tratteggiamolo. Nascondere la retta. Il segmento AF è la proiezione di AC sull'ipotenusa.
10. Traccia due rette perpendicolari ad AB e passanti per A ed F.
11. Costruisci il rettangolo AFGR, indica la sequenza dei comandi usati e delle operazioni. Ricorda che AB deve essere = RG.







____

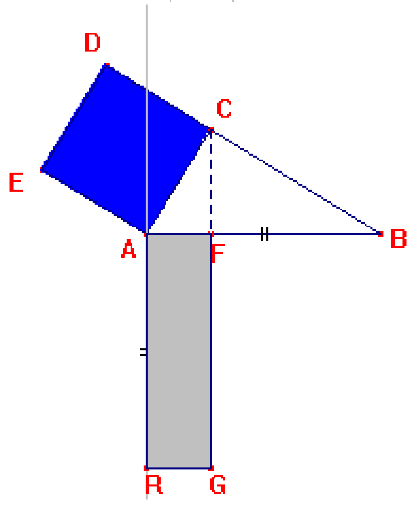
____

____

____

____

12. Costruisci il poligono regolare di vertici AFGR
13. Con il comando area calcolal'area di ACDE e quella di AFGR.
14. Dimostra sinteticamente il primo teorema di euclide



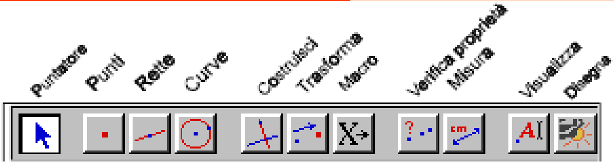
____

____

____

____

Teoremi di Euclide: 2°



Verifichiamo numericamente il secondo teorema di Euclide.

In ogni triangolo rettangolo il quadrato costruito sull'altezza relativa all'ipotenusa è equivalente al rettangolo che ha per lati le proiezioni dei cateti sull'ipotenusa.

1.Tracciamo un segmento AB (base del triangolo)

2. Prendiamo il punto medio O tracciamo una circonferenza di centro O e raggio OA.

3. Con lo strumento arco tracciamo l'arco AB sulla semicirconferenza superiore. Scegliamo poi un punto sull'arco (punto su un oggetto) e lo chiamiamo C.
 Uniamo i vertici A, B e C con dei segmenti. Nascondere la circonferenza e l'arco.

4. Conduciamo per C l'altezza CD relativa all'ipotenusa (retta perpendicolare ad AB per C, intersezione con BC, punto D, segmento CD, tratteggio, nascondi retta).

5. Condurre una retta r per AB ed una parallela ad AB passante per C che indichiamo con s.

6. Con lo strumento compasso, tracciamo una circonferenza di raggio CD e centro C.

7. Per il punto d'intersezione con s conduci la perpendicolare t ad AB

8. Con lo strumento poligono unisci i vertici CDFE, si ottiene il quadrato costruito sul segmento CD.

9. Rendi visibile la retta per CD

10. Traccia una circonferenza **C** di centro D e raggio DB.

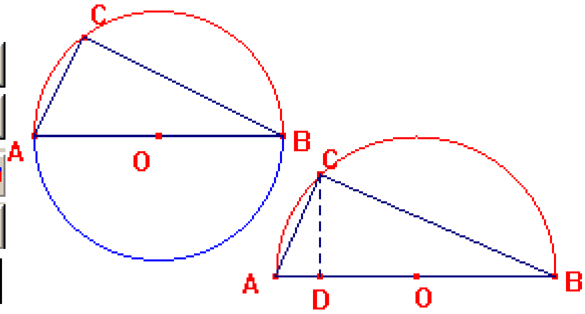
11. Indica con N il punto d'intersezione con la circonferenza

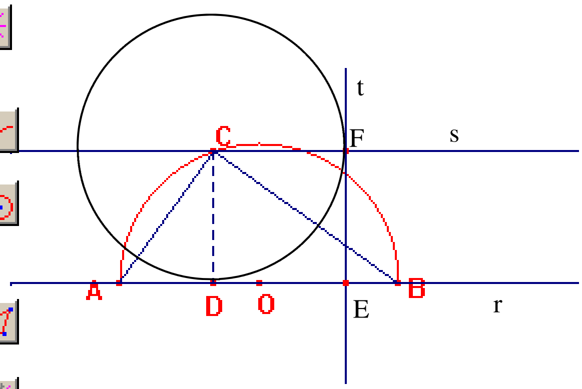
12. Conduci per N la parallela ad AB che si interseca in M con la perpendicolare per A al segmento AB.

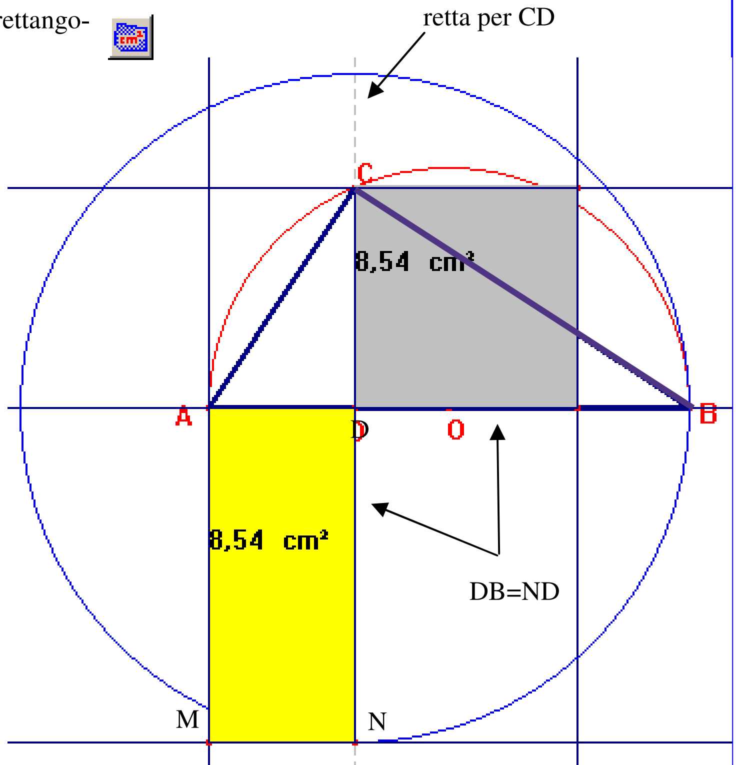
13. Con lo strumento poligono costruisci il rettangolo ADMN

14. Verifica con lo strumento area che il rettangolo ADNM ed il quadrato costruito sull'altezza CD sono equivalenti.

15. Dimostra il secondo teorema di Euclide







____

____

____

____

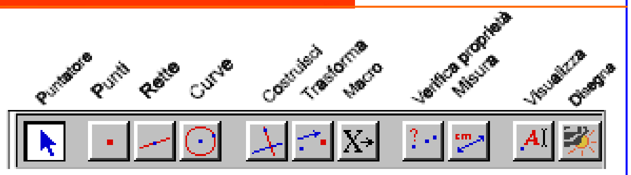
____

____

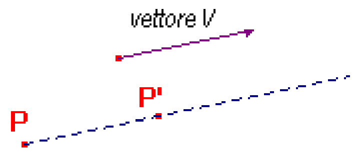
____

____

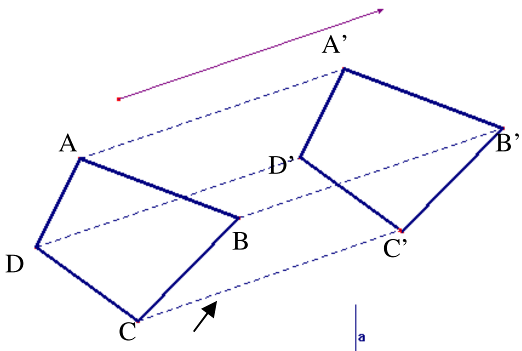
Isometrie: i pulsanti di Cabri



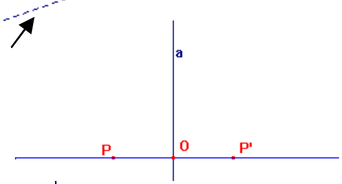
Trattiamo le trasformazioni geometriche, cioè quelle corrispondenze biunivoche che legano tra loro i punti del piano. Si comincia con quelle trasformazioni geometriche che conservano la distanza ossia le isometrie.
In Cabri sono predefinite tutte le isometrie:
Traslazione, simmetria assiale, simmetria centrale, rotazione.

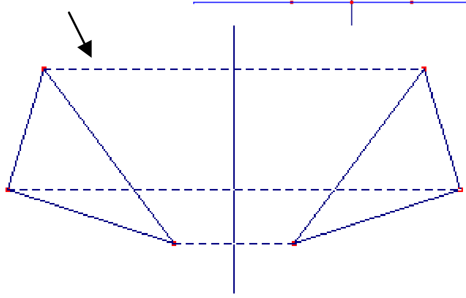


Traslazione
Diciamo traslazione di vettore **v** la corrispondenza biunivoca del piano in se stesso che ad ogni punto P associa il punto P’=P+**v**, cioè il punto che si trova sulla semiretta di origine P, parallela ed equiversa a **v**, e distanza pari alla lunghezza di **v**.

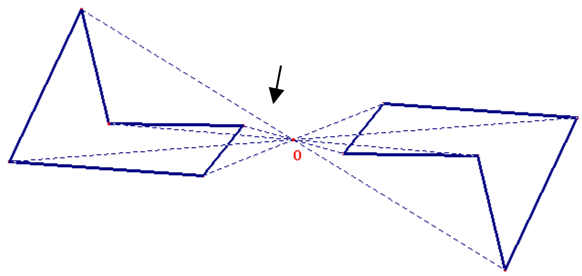


Simmetria assiale
Diciamo simmetria assiale di asse a, la corrispondenza biunivoca del piano in se stesso che ad ogni punto P associa il punto P’, ottenuto in modo che la retta per PP’ sia perpendicolare all’asse e il punto O d’intersezione della rette PP’ e a sia il punto medio del segmento PP’.



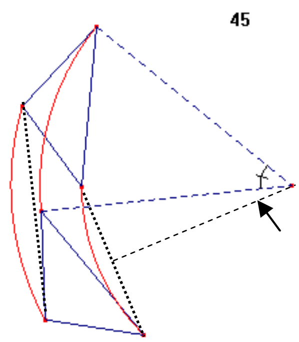


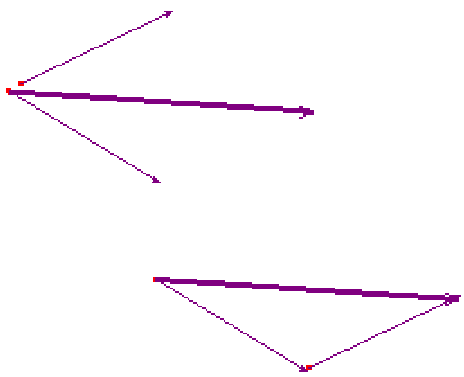
Simmetria centrale
Si chiama simmetria centrale di centro il punto O la corrispondenza biunivoca del piano in se stesso che ad ogni punto P associa il punto P’ ottenuto in modo che i punti P, P’ e O siano allineati e che si abbia O come punto medio del segmento PP’.



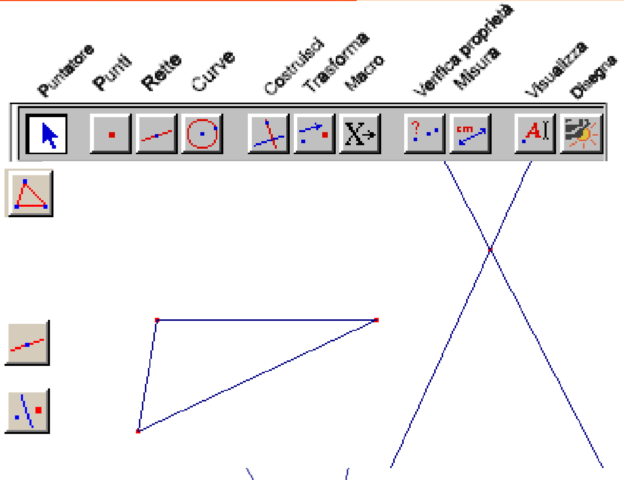
Rotazione
Diciamo rotazione di centro C ed angolo α la corrispondenza biunivoca del piano in se stesso che ad ogni punto P associa il punto P’, secondo estremo dell’arco PP’ della circonferenza di centro C e raggio CP in modo che l’angolo PCP’=α .

Vettori
La somma di due vettori si ottiene disponendoli consecutivamente in modo che il termine del primo coincida con l’origine del secondo: la somma è costituita dal vettore che ha origine nell’origine del primo e termine nel secondo.

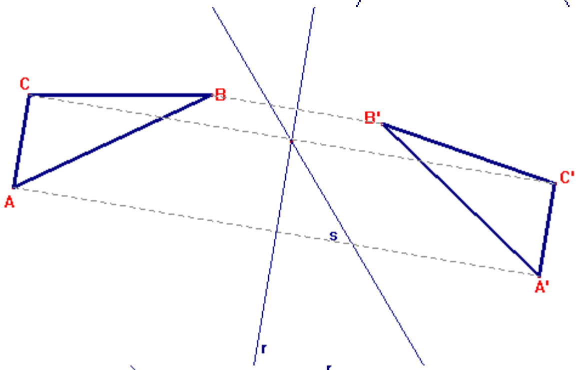




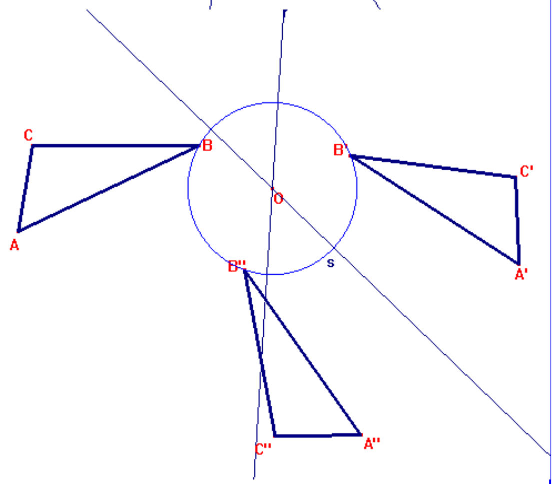
Composizione di trasformazioni isometriche: composizione di simmetrie assiali.



1. Tracciare un triangolo di vertici ABC
2. Seleziona “punto” dalla casella “punti” e ciccare su un punto qualunque del piano. Digitare “O” per contrassegnare questo punto.
3. Tracciare una retta per il punto O e contrassegnarla con r, tracciare una seconda retta s passante per O (per il momento non prendere la retta s perpendicolare ad r)
4. Selezionare lo strumento “simmetria assiale” dal menù trasforma.
5. Spostare il cursore su un qualunque punto del perimetro del triangolo.
6. Dopo che appare la scritta “simmetrico di questo triangolo”, ciccare per confermare.
7. Spostarsi sulla retta r, appare la scritta “rispetto questa retta”, ciccare per confermare, apparirà il triangolo simmetrico di ABC rispetto l’asse r. Indicare con A’B’C’ i vertici del nuovo triangolo. Abbiamo tracciato la simmetria assiale di asse r del triangolo ABC
8. Tracciamo adesso la simmetria assiale del triangolo A’B’C’ rispetto la retta s.



9. Otteniamo un nuovo triangolo che chiameremo A”B”C”. Questo triangolo risulta dalla composizione della simmetria assiale rispetto le rette incidenti r ed s del triangolo ABC.
10. Cancella il triangolo A’B’C’.
11. Muovi adesso la retta s, cosa noti? La composizione delle due trasformazioni assiali ad assi incidenti a quale trasformazione elementare corrisponde?
12. Per rispondere traccia una circonferenza di centro O e raggio uno dei vertici A, B o C del triangolo.
13. Muovi la retta s…
14. La composizione di due simmetrie assiali (con assi incidenti) è una isometria equivalente _



15. Adesso disponi le rette r ed s in modo che siano perpendicolari. La composizione di due simmetrie assiali ad assi perpendicolari risulta essere ancora una isometria e precisamente è una _
16. Costruisci una macro ed un bottone che permetta di comporre due simmetrie assiali. Applicala per qualche trasformazione.

Oggetti iniziali _
Oggetti finali _
Cosa accade se gli assi r ed s sono paralleli? _